

## **ANEXO B2**

### **ECUACIÓN DE CAMBIO DE CONDICIONES**

#### **B2.1 ECUACIÓN DE CAMBIO DE CONDICIONES**

## B2.1.1 CATENARIA

### B2.1.1.1 Curva de equilibrio de un hilo

El conductor tendido entre dos apoyos adquiere la forma de una catenaria.

Se define la catenaria como la línea de equilibrio de un hilo pesado homogéneo, totalmente flexible, imaginado suspendido entre dos puntos y sometido a una fuerza constante por unidad de longitud ( $p$ ).

La curva de equilibrio de este hilo vendrá dada por la ecuación de la catenaria:

$$y = C \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right)$$

con:

$$C = \frac{T_0}{p}$$

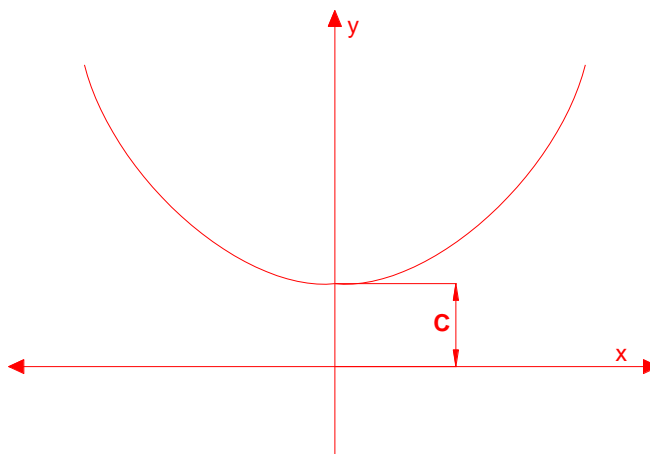
donde:

- y: Coordenada en el eje "y" del hilo (m).
- x: Coordenada en el eje "x" del hilo (m)
- C: Parámetro de la catenaria (m).
- $T_0$ : Tensión en el vértice de la catenaria (daN).
- p: Fuerza por unidad de longitud o peso unitario aparente del hilo (daN/m).

La catenaria se encontrará contenida en un plano paralelo a la fuerza por unidad de longitud.

La ecuación de la catenaria estará referida a un sistema de coordenadas cartesiano ortogonal donde el eje "y" es paralelo a la dirección de la fuerza por unidad de longitud ( $p$ ).

**Figura B2.1. Curva de equilibrio de un hilo**



### B2.1.1.2 Cálculo de tensiones

La proyección horizontal de la tensión ( $T_x$ ) en cualquier punto de la curva es constante e igual a la tensión del punto de tangencia horizontal ( $T_0$ ) que se denominará vértice de la catenaria.

$$T_x \cdot \cos \alpha = \text{constante} = T_0$$

siendo:

$T_x$ : Tensión mecánica en cualquier punto de la catenaria (daN).

$\alpha$ : Ángulo formado por la tensión del conductor  $T_x$  y su componente horizontal  $T_0$  ( $^\circ$ ).

La tensión mecánica a que se ve sometido un conductor en un punto determinado de la catenaria vendrá dada por la siguiente expresión:

$$T = T_0 \cdot \cosh\left(\frac{x}{C}\right)$$

donde:

$T$ : Tensión del conductor (daN).

$T_0$ : Componente horizontal de la Tensión en el punto tangencial a la catenaria (daN).

$C$ : Parámetro de la catenaria (m).

$x$ : Coordenada en el eje "x" del cable (m).

La dirección de esta tensión en cualquier punto será tangente a la catenaria.

La tensión en el punto medio de un vano no nivelado vendrá dado por la siguiente expresión:

$$T_m = T_0 \cdot \cosh\left(\frac{x_m}{C}\right)$$

con:

$$x_m = C \cdot \sinh^{-1} \left[ \frac{\frac{b}{2 \cdot C}}{\sinh\left(\frac{a}{2 \cdot C}\right)} \right]$$

siendo:

$T_m$ : Tensión mecánica en el conductor en el punto medio del vano (daN).

$T_0$ : Componente horizontal de la Tensión en el punto tangencial a la catenaria (daN).

$C$ : Parámetro de la catenaria (m).

$x_m$ : Coordenada en el eje "x" del punto medio del vano (m).

$a$ : Longitud del vano (m).

$b$ : Desnivel del vano, medido en la dirección vertical (m).

### **B2.1.1.3 Cálculo de flechas**

La flecha para un vano nivelado viene dada por la siguiente expresión:

$$f = C \cdot \left[ \cosh \left( \frac{a}{2 \cdot C} \right) - 1 \right]$$

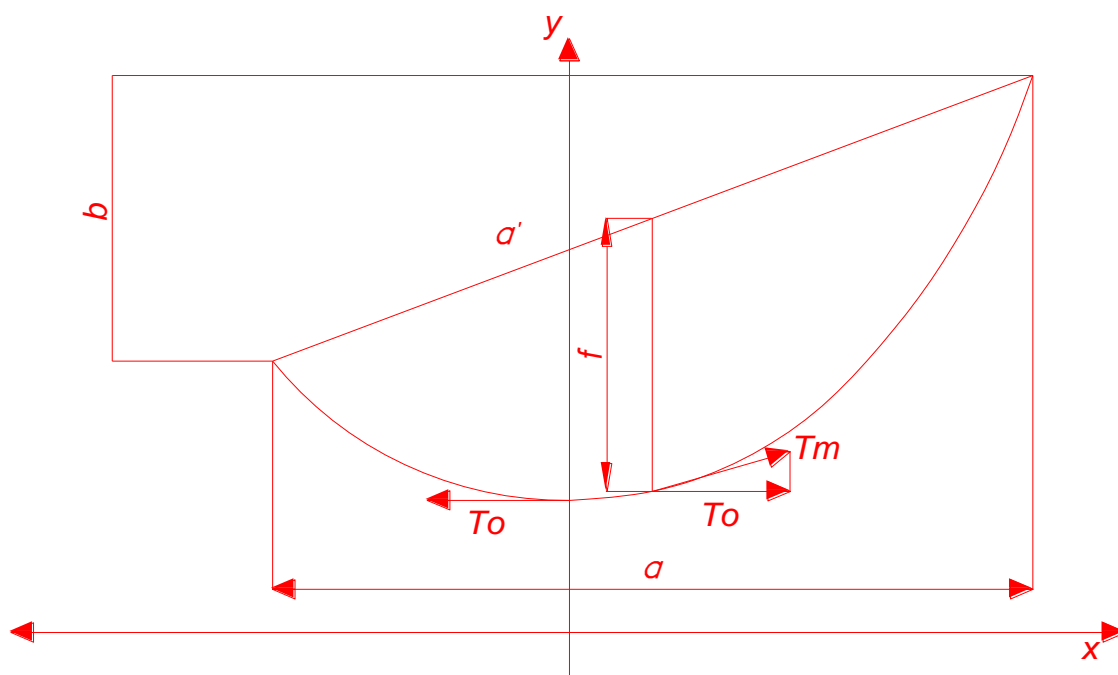
La flecha para un vano no nivelado se calculará por medio de la siguiente fórmula:

$$f = \frac{T_m}{p} \cdot \left[ \cosh \left( \frac{a}{2 \cdot C} \right) - 1 \right]$$

donde:

- f: Flecha (m).
- $T_m$ : Tensión del conductor en el punto medio del vano (daN).
- p: Peso unitario aparente del conductor (daN/m).
- a: Longitud del vano (m).
- C: Parámetro de la catenaria (m).

**Figura B2.2. Flecha del conductor (Apoyos a distinto nivel)**



## B2.2 ECUACIÓN DE CAMBIO DE CONDICIONES

### B2.2.1 Generalidades

La ecuación del cambio de condiciones permite calcular la tensión a que estará sometido un cable en unas condiciones determinadas (finales) de temperatura y sobrecarga, partiendo de una tensión hallada previamente para unas condiciones iniciales (condiciones de partida).

La ecuación de cambio de condiciones, para un vano ideal de regulación dado, es la siguiente:

$$(k \cdot T_{02})^3 - (k \cdot T_{02})^2 \cdot \left[ \alpha \cdot (\theta_2 - \theta_1) \cdot ST \cdot E + \frac{a_r^2 \cdot p_1^2 \cdot ST \cdot E}{24 \cdot (k \cdot T_{01})^2} - (k \cdot T_{01}) \right] = \frac{a_r^2 \cdot p_2^2 \cdot ST \cdot E}{24}$$

La flecha, para las condiciones finales, viene dada por:

$$f_2 = \frac{T_{02}}{p_2} \cdot \left[ \cosh\left(\frac{a_r \cdot p_2}{2 \cdot T_{02}}\right) - 1 \right]$$

siendo:

$T_{02}$ :	Componente horizontal de la tensión del conductor en las condiciones finales (daN).
$T_{01}$ :	Componente horizontal de la tensión del conductor en las condiciones iniciales (daN).
$f_2$ :	Flecha del conductor, en el vano regulador, en condiciones finales (m).
$\alpha$ :	Coefficiente de dilatación del conductor ( $^{\circ}\text{C}^{-1}$ ).
$\theta_2$ :	Temperatura del conductor en las condiciones finales ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$\theta_1$ :	Temperatura del conductor en las condiciones iniciales ( $^{\circ}\text{C}$ ).
$ST$ :	Área de la sección transversal total del conductor ( $\text{mm}^2$ ).
$E$ :	Módulo de elasticidad del conductor (daN/ $\text{mm}^2$ ).
$a_r$ :	Longitud del vano ideal de regulación (m).
$p_1$ :	Peso unitario aparente del conductor en las condiciones iniciales (daN/m).
$p_2$ :	Peso unitario aparente del conductor en las condiciones finales (daN/m).
$k$ :	Factor de Truxá (apartado 8.4 de la Memoria)

### B2.2.2 Método de resolución (Cardano-Bombelli)

La resolución de la ecuación de del cambio de condiciones se puede hacer por el procedimiento que se indica a continuación:

a) Presentarla como una ecuación de tercer grado en la forma

$$T_{02}^2 \cdot (T_{02} + A) = B$$

siendo

$$A = \alpha \cdot (\theta_2 - \theta_1) \cdot ST \cdot E + \frac{a_r^2 \cdot p_1^2 \cdot ST \cdot E}{24 \cdot (k \cdot T_{01})^2} - (k \cdot T_{01})$$

$$B = \frac{a^2 \cdot p_2^2 \cdot ST \cdot E}{24}$$

b) Calcular los valores intermedios

$$Q = -\frac{A^2}{9}$$

$$R = \frac{B}{2} - \frac{A^3}{27}$$

$$S = \sqrt[3]{R + \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

$$T = \sqrt[3]{R - \sqrt{Q^3 + R^2}}$$

c) Obtener su única raíz real y positiva

- Si  $Q^3 + R^2 > 0$

$$T_{02} = \frac{\left(S + T - \frac{A}{3}\right)}{k}$$

- Si  $Q^3 + R^2 < 0$

$$T_{02} = \frac{\left(2 \cdot \sqrt{-Q} \cdot \cos\left[\frac{1}{3} \cdot \cos^{-1}\left(\frac{R}{\sqrt{-Q^3}}\right)\right] - \frac{A}{3}\right)}{k}$$

### B2.2.3 Tablas de regulación (método exacto)

Las tablas de regulación indican las flechas y tensiones con las que debe ser instalado el cable en función de la temperatura ambiente y sin actuar sobrecarga alguna.

Las flechas de cada vano del cantón se determinarán mediante la siguiente expresión:

$$f_i = \frac{T_{mi}}{p} \cdot \left[ \cosh \left( \frac{a_i \cdot p}{2 \cdot T_0} \right) - 1 \right]$$

siendo:

- $f_i$ : Flecha de instalación del conductor para el vano  $i$  del cantón (m).
- $T_{mi}$ : Tensión del conductor en el punto medio del vano  $i$  (daN)
- $p$ : Peso unitario aparente del conductor (daN/m).
- $a_i$ : Longitud del vano individual  $i$  (m)
- $T_0$ : Componente horizontal de la tensión del conductor, correspondiente al vano ideal de regulación (daN).

La componente horizontal de la tensión en cada cantón se calculará mediante la ecuación de cambio de condiciones, para el vano ideal de regulación correspondiente.